

平成30年度
 大学院経営管理研究科 経営管理専攻
 修士課程 入学試験
 (経営分析プログラム)
 【数学試験問題】

以下の全ての問いに答えなさい。

1. $f(x) = e^x + e^{-x} - 2x$ とする。以下の問いに答えなさい。

- (1) $f'(x)$ を計算し、 $f'(x) = 0$ となる x を求めなさい。
- (2) $f''(x)$ を計算し、 $f(x)$ は下に凸であることを示しなさい。
- (3) $f(x)$ の $-2 \leq x \leq 2$ での最大値および最小値を、それらを与える x の値とともに求めなさい。

2. 3行3列の行列を

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 8 & -4 \\ -2 & 5 & -2 \\ 2 & -4 & 3 \end{pmatrix}, \quad P = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad Q = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -2 & 3 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

と定める。以下の問いに答えなさい。

- (1) PQ を求めなさい。
- (2) $P^{-1}AP$ を求めなさい。
- (3) n を正の整数とする。 A^n を求めなさい。

3. 2つの実数値確率変数 (X, Y) があり、これらの同時確率密度関数が

$$f(x, y) = \begin{cases} Ce^{x-y} & 0 \leq x \leq 1 \text{ かつ } y \geq 0 \\ 0 & \text{その他} \end{cases}$$

で与えられている。 (x, y) は (X, Y) の値を表す。以下の問いに答えなさい。

- (1) C の値を求めなさい。
- (2) $P(1 \leq X + Y \leq 2)$ を求めなさい。
- (3) y_0 をゼロ以上の実数とする。 X の条件付き期待値 $E(X|Y = y_0)$ を求めなさい。

4. 1回投げると表がでる確率が θ ($0 < \theta < 1$) の硬貨がある。 k を正の整数とし、この硬貨を繰り返し投げ、 k 回表がでるまでに投げた回数を表す確率変数を X とする。以下の問いに答えなさい。

- (1) n を正の整数とする。 $X = n$ となる確率を (k, θ, n) を用いて表しなさい。
- (2) 期待値 $E(X)$ を求めなさい。
- (3) 分散 $V(X)$ を求めなさい。