平成 11 年度 一橋大学大学院商学研究科

博士学位請求論文 要旨

論文題目

ストック・オプション発行企業の財務構造の数理モデル化

専　　攻　経営学及び会計学
学籍番号　CD701
氏　　名　石井昌宏

1　本論文の構成

本論文の構成は以下の通りである。

2　問題とその背景

2.1　問題

この論文では、数学的枠組みで、ストック・オプションを発行する企業の財務の構造を定式化(数理モデル化) する。そして、その数理モデルを用いてストック・オプションを発行する企業の財務について考察する。

ストック・オプションとは「企業の役員・従業員などが、前もって決められた価格 (権利行使価格) で、決められた期間内、または決められた日 (権利行使期間、権利行使日) に自社の株式を企業から買う権利」である。このストックオプションの権利行使に対して (法律で認められているかどうかは別にして)、企業には次の 3 つの対応が考えられる。

① 権利行使期間・権利行使日より前に自社株を購入しておく (自己株式方式)。

② 新株を発行する (新株引受権方式)。

③ 権利行使が行われたときの株価と権利行使価格の差額を現金で渡す (Phantom Stock 方式)。

①と②については、それぞれ Miura and Ishii(1999) と石井 (1999) で派生証券価格理論の枠組みを用いて、数理モデル化を行なった。本論文の第 2 章では Miura and Ishii(1999) を概説し、第 3 章では石井 (1999) を概説する。第 4 章では、派生証券価格理論の枠組みで、③についての議論を行う。そして、本論文の第 5 章では、第 2 章、第 3 章、第 4 章の結果を用いて、ストック・オプションの権利行使への 3 つの対応方式をモデルの上で比較する。

2.2　企業財務における本研究の位置づけ

企業財務の主要な意思決定には、投資に関わる意思決定、資金調達・資本構成に関わる意思決定がある。

現実には、投資の対象となる資産は複数存在し、その投資を行なうための資金を調達する手段も複数存在する。さらに、信用リスクも考慮すれば、資金調達において発生する支払利息の額は企業価値と企業の資産選択 (事業内容、各資産への投資比率) の影響を受けると考えられる。また、資金調達の方法がコーポーレートガバナンスに影響を与え、それが資産選択に影響を与えることも考えられる。そこで、投資に関わる意思決定と資金調達・資本構成に関わる意思決定を別々に行うのではなく、二つを統合して、「資産の組み合わせと資金調達手段の組み合わせ」の集合から一つを選択することが要求される。

ここで、投資に関わる意思決定と資金調達・資本構成に関わる意思決定を統合するための方法の一つは、様々な資金調達手段に対して、その価値を企業価値と企業の資産選択を変数とする関数を用いて評価することである。この方法を用いれば、企業は複数の「資産の組み合わせと資金調達方法の組み合わせ」を計量的に比較検討することが可能になる。

以上について、企業がストック・オプションを導入する場合に限定して述べる。ストック・オプションが経営者・従業員に報酬の一部として支払われるということは、「企業は、将来発生しうる経営者・従業員の権利行使に応じるということの対価として、現時点で、経営者・従業員の能

力 (経営能力・労働力) を受け取る」ということである。これは「他の証券を第三者に発行して調達した資金を用いて、経営者・従業員の能力を得る」という企業行動において、第三者が経営者・従業員の場合である、と考えることもできる。即ち、ストック・オプションも資金調達手段の一種類であり、前段落で述べたことが当てはまる。そこで、企業がストック・オプション導入を行おうとするときには、

- ストック・オプションの権利行使への企業の対応が企業価値へ与える影響
- ストック・オプションを導入した場合の株式の価格と導入しない場合の株式の価格
- ストック・オプションを導入した場合の他の資金調達手段の価格と導入しない場合の他の資金調達手段の価格

についての計量的比較を 3 つの対応方式 (自己株式方式、新株引受権方式、Phantom Stock 方式) の間で行い、さらに、コーポレートガバナンスにおけるストック・オプション導入の効果についての議論を行なうことになる。そこで、企業価値の変動過程をベースにしたストック・オプションの価格評価 (Stock Option Pricing) モデルを作成できれば、複数の「資産の組み合わせとストック・オプション及びその他の資金調達手段の組み合わせ」を比較検討するための方法の一つとなる。

2.3 先行研究との相違点

ストック・オプションの価格評価についての研究には Smith and Zimmerman(1976)、Lambert , Larcker and Verrecchia(1991)、Kulatilaka and Marcus(1994)、Cuny and Jorion(1995)、Rubinstein(1995)、Carpenter(1997) 等がある。これらの議論では、株式の上に定義された派生証券としてストック・オプションを扱っており、企業価値とは切り離した議論である。従って、企業の財務構造まで踏み込んだ議論がなされていない。

これらの研究に対し、本論文では、企業価値の変動をベースとし、企業の株式、ゼロクーポン債、ストック・オプションをその上に定義された派生証券として議論する。こうすることで、ストック・オプションの行使に備えるための自己株式の取得、ストック・オプションの行使 (と非行使) が企業価値、株式価格、及び、ゼロクーポン債価格へ与える影響を考慮する。そして、企業のバランスシート、 コーポレートガバナンスにおいて報酬制度としてのストック・オプションが持つ効果等について考察する。

このように企業価値の変動をベースにすることで、株式価格、ゼロクーポン債価格、ストック・オプション価格を同時に議論できる等、企業財務の問題を扱いやすくなる。

この趣旨で、Miura and Ishii(1999) と石井 (1999) では、それぞれ、企業が自己株式方式のストック・オプション、新株引受権方式のストック・オプションを発行した場合の財務構造について議論した。本論文はその議論の枠組みを Phantom Stock 方式に適用する。

尚、企業価値の変動をベースにしてファイナンスの問題を扱う議論には Merton(1977,1978) 等がある。

3　議論の枠組み

議論の仮定は「本研究では現実をどのように抽象化しているか」を説明する部分である。そして、標準的ノーアービトラージュの議論により各派生証券価格式を導出する。先にも述べたように第 2 章と第 3 章はそれぞれ、Miura and Ishii(1999) と石井 (1999) の概説である。そこで、まず、第 4 章を中心に議論の仮定を述べ、次に議論の展開について簡潔に述べる。

なお、第 2 章、第 3 章及び第 4 章では、ストック・オプションの権利行使への対応方式に関する仮定が異なり、それにより第 2 章、第 3 章及び第 4 章の議論の展開の間で差違が生じる。

3.1　第 4 章の議論の仮定

(a)　市場に関する仮定

市場に裁定機会は存在しないと仮定する (No Arbitrage)。さらに、Frictionless Market を仮定する。これらの仮定は第 2 章及び第 3 章と共通する。

(b)　瞬間的スポットレート　r

$\forall t \in [0, \infty)$ について、$r(t)$ は t 時点の瞬間的スポットレートを表わす。ただし、$r(t)$ は次の確率微分方程式の解として表わされる確率過程である。

$$\begin{aligned} dr(t) &= a(t, r(t))dt + b(t, r(t))dW_1(t) \\ r(0) &= r_0 \end{aligned} \tag{1}$$

ただし、r_0 は正の定数、a, b は $r \geq 0$ であるような関数、$W_1(t)$ は標準的ウィーナープロセスとする。これは第 2 章及び第 3 章と共通する仮定である。

(c)　企業の財務

議論の対象とする企業についての仮定を述べる。以下の仮定の中で、①②③④⑥は第 2 章及び第 3 章と共通する仮定である。⑤の仮定が「ストックオプションの権利行使への企業の対応として、Phantom Stock 方式を選択する」ということである。

① 企業には満期 (企業解散時点) があると仮定する。その満期を $\tau \in (0, \infty)$ 時点とする。この仮定は議論を簡単にするためである。

② 企業の行動は資金調達と投資と仮定する。資金調達とは、企業が発行する何らかの証券と交換に市場価値のあるものを入手することである。投資とは資金調達により入手したものを用いて、企業が持っているものの市場価値を高めようとすることである。
0 時点における企業の資金調達は株式、ゼロクーポン債、ストック・オプションを発行することにより行われる。そして、企業は投資ポートフォリオを決定する。
$\forall t \in [0, \tau]$ について、$V(t)$ は t 時点の企業の投資ポートフォリオの価値 (以下では企業価値という) を表わす。

③ 0 時点で、企業が発行する株式枚数を N_1(正の定数) とする。
$\forall t \in [0,\tau]$ について、$S(t,r(t),V(t))$ は、企業が発行する株式 1 単位の t 時点での価格を表わす。

④ 0 時点で、企業が発行するゼロクーポン債の満期を企業解散時点 (τ)、契約上の償還額を K(正の定数) とする。解散時点において、$V(\tau) < K$ の場合には、$V(\tau)$ をゼロクーポン債の保有者に支払い、株主への支払いは 0 とする。解散時点において、$V(\tau) \geq K$ の場合には、$V(\tau) - K$ が株主へ支払われる。
$\forall t \in [0,\tau]$ について、$L(t,r(t),V(t))$ は、企業が発行するゼロクーポン債の t 時点での価格を表わす。

⑤ 企業は 0 時点でストック・オプションを自社の経営者の報酬の一部として、また、従業員の給与の一部として発行する。このストック・オプションの権利行使日 (ストック・オプションの満期) を $T \in [0,\tau]$、権利行使価格を M(正の定数) とし、ストック・オプションの発行枚数を N_2(正の定数) とする。尚、権利行使日において、株式の価格が権利行使価格以上であれば、ストック・オプション保有者は、ストック・オプション 1 単位につき株式 1 単位と権利行使価格の差額を受け取れることとする。
比較のために、第 2 章及び第 3 章におけるストック・オプションの権利行使への企業の対応についての仮定を以下に記述しておく。

- 第 2 章では自己株式方式を扱っているので、企業は $t_0 \in (0,T)$ 時点で N_2 枚の株式を市場から市場価格で購入することとする。そして、T 時点でストック・オプションが行使された場合には、ストック・オプション保有者に権利行使価格で保有している株式を売却し、T 時点でストック・オプションが行使されない場合には、N_2 枚の株式を市場で売却することとする。
- 第 3 章では新株引受権方式を扱っているので、ストックオプションが権利行使されたときには、企業は新株を発行し、その発行した新株をストック・オプション保有者に権利行使価格で売却することとする。

$\forall t \in [0,T]$ について、$C(t,r(t),V(t))$ は企業が発行するストック・オプション 1 枚の t 時点での価格を表わす。

⑥ 上記の②、③、④、⑤より、

$$v_0 = L(0,r_0,v_0) + N_1 \cdot S(0,r_0,v_0) + N_2 \cdot C(0,r_0,v_0) \tag{2}$$

である。ただし、v_0(正の定数) は企業価値の初期値である。

(d) 企業価値 V

上に述べた仮定を基にして、ストック・オプションの権利行使時点までの企業価値の変動を表わす確率過程 V_1 とストック・オプションの権利行使時点以降の企業価値の変動を表わす確率過程

V_2 を定義する。

$$\begin{aligned}
&dV_1(t) = \alpha(t, V_1(t))dt + \beta(t, V_1(t))dW_2(t) \quad \text{for } t \in [0, \tau] \\
&V_1(0) = v_0 \\
&dV_2(t) = \alpha(t, V_2(t))dt + \beta(t, V_2(t))dW_2(t) \quad \text{for } t \in [T, \tau] \\
&V_2(T) = V_1(T) - Q \cdot I_A
\end{aligned} \tag{3}$$

ただし、Q はストック・オプションの権利行使により発生する企業からのキャッシュアウトフローの大きさを表わす確率変数、A は $\{$ T 時点でストック・オプションが行使される $\}$ という事象、I_A は事象 A についての indicator function(確率変数)、α, β は $V_i \geq 0$ for $i = 1, 2$ であるような関数、$W_2(t)$ は標準的ウィーナープロセスで $dW_1(t) \cdot dW_2(t) = \rho \cdot dt(-1 < \rho < 1)$ を満たすとする。

そして、$V(t)$ の変動過程を次のように定義する。

$$V(t) = \begin{cases} V_1(t) & t \in [0, T) \\ V_2(t) & t \in [T, \tau] \end{cases} \tag{4}$$

上記の確率過程 V は次のことを表わす。企業の投資ポートフォリオの価値が不確実に変動する様子を Ito Process で表わす。T 時点で、ストック・オプションが行使されたときの企業からのキャッシュアウトフローの大きさを確率変数 $Q \cdot I_A$ で表わす。経営者の能力や企業の事業内容が関数 α と β に反映する。

なお、比較として、第 2 章と第 3 章における企業価値の変動過程とストック・オプションを発行しない場合の企業価値の変動過程を記述する。

① 第 2 章 (自己株式方式) の場合には、t_0 時点と T 時点でキャッシュフローが発生するので、それを反映させて、自己株式購入時点までの企業価値の変動を表わす確率過程 V_1、自己株式購入時点からストック・オプションの権利行使時点までの企業価値の変動を表わす確率過程 V_2、ストック・オプションの権利行使時点以降の企業価値の変動を表わす確率過程 V_3 を以下のように定義する。

$$\begin{aligned}
&dV_1(t) = \alpha(t, V_1(t))dt + \beta(t, V_1(t))dW_2(t) \quad \text{for } t \in [0, \tau] \\
&V_1(0) = v_0 \\
&dV_2(t) = \alpha(t, V_2(t))dt + \beta(t, V_2(t))dW_2(t) \quad \text{for } t \in [t_0, \tau] \\
&V_2(t_0) = V_1(t_0) - P_{t_0} \\
&dV_3(t) = \alpha(t, V_3(t))dt + \beta(t, V_3(t))dW_2(t) \quad \text{for } t \in [T, \tau] \\
&V_3(T) = V_2(T) + Q_T \cdot (1 - I_A) + R_T \cdot I_A
\end{aligned} \tag{5}$$

ただし、P_{t_0} は N_2 枚の自己株式購入により発生する企業からのキャッシュアウトフローの大きさを表わす確率変数、Q_T は、ストック・オプションが行使されなかった場合に保有している自己株式を市場で売却することにより発生する企業へのキャッシュインフローの大きさを表わす確率変数、R_T はストック・オプションの権利行使により発生する企業へのキャッシュインフローの大きさを表わす確率変数とする。

そして、自己株式方式のストック・オプションを発行する場合の企業価値の変動を表わす

確率過程 $V(t)$ を次のように定義する。

$$V(t) = \begin{cases} V_1(t) & \text{for } t \in [0, t_0) \\ V_2(t) & \text{for } t \in [t_0, T) \\ V_3(t) & \text{for } t \in [T, \tau] \end{cases} \tag{6}$$

② 第 3 章 (新株引受権方式) の場合には、T 時点でキャッシュフローが発生するので、それを反映させて、確率過程 V_1, V_2 を以下のように定義する。

$$\begin{aligned} &dV_1(t) = \alpha(t, V_1(t))dt + \beta(t, V_1(t))dW_2(t) \quad \text{for } t \in [0, \tau] \\ &V_1(0) = v_0 \\ &dV_2(t) = \alpha(t, V_2(t))dt + \beta(t, V_2(t))dW_2(t) \quad \text{for } t \in [T, \tau] \\ &V_2(T) = V_1(T) + N_2 \cdot M \cdot I_A \end{aligned} \tag{7}$$

そして、新株引受権方式のストック・オプションを発行する場合の企業価値の変動を表わす確率過程 $V(t)$ を次のように定義する。

$$V(t) = \begin{cases} V_1(t) & t \in [0, T) \\ V_2(t) & t \in [T, \tau] \end{cases} \tag{8}$$

③ 企業がストック・オプションを発行しない場合には、確率微分方程式

$$\begin{aligned} &dV(t) = \alpha(t, V(t))dt + \beta(t, V(t))dW_2(t) \quad \text{for } t \in [0, \tau] \\ &V(0) = v_0 \end{aligned} \tag{9}$$

の解として表わされる確率過程で企業価値の変動を表わす。

(e) 株式価格、ゼロクーポン債価格、ストック・オプション価格

株式価格 S は企業価値を変数とする関数である。「(d) 企業価値 V」で述べたように、企業価値は $[0, T)$ と $[T, \tau]$ という 2 つの時期で、変動過程が異なる。そこで、S を以下のように 2 つの時期で分割する。

$$\begin{aligned} &S(t, r(t), V(t)) = \begin{cases} S_1(t, r(t), V_1(t)) & \text{for } t \in [0, T) \\ S_2(t, r(t), V_2(t)) & \text{for } t \in [T, \tau] \end{cases} \\ &S_1 : [0, T] \times [0, \infty) \times [0, \infty) \to [0, \infty) \\ &S_2 : [T, \tau] \times [0, \infty) \times [0, \infty) \to [0, \infty) \\ &S_1, S_2 \text{ はそれぞれの定義域において 2 階偏微分可能} \end{aligned} \tag{10}$$

ここで、$t \in [T, \tau]$ 時点において、株式は τ 時点で

$$S_2(\tau, r(\tau), V_2(\tau)) := \frac{1}{N_1} \max(V_2(\tau) - K, 0) \tag{11}$$

というペイオフを持つ証券である。次に、$t \in [0, T]$ 時点において、株式は T 時点で、

$$S_1(T, r(T), V(T)) := S_2(T, r(T), V_1(T) - Q \cdot I_A) \tag{12}$$

というペイオフを持つ証券である。

ゼロクーポン債価格 L についても $[0,T)$ と $[T,\tau]$ という 2 つの時期に分けて考える。

$$
\begin{aligned}
L(t,r(t),V(t)) &= \begin{cases} L_1(t,r(t),V_1(t)) & \text{for } t\in[0,T) \\ L_2(t,r(t),V_2(t)) & \text{for } t\in[T,\tau] \end{cases} \\
& L_1 : [0,T]\times[0,\infty)\times[0,\infty)\to[0,\infty) \\
& L_2 : [T,\tau]\times[0,\infty)\times[0,\infty)\to[0,\infty) \\
& L_1, L_2 \text{ はそれぞれの定義域において 2 階偏微分可能}
\end{aligned} \tag{13}
$$

と定義する。そして、τ 時点と T 時点におけるペイオフは以下の通りである。

$$L_2(\tau,r(\tau),V_2(\tau)) := \min(V_2(\tau),K) \tag{14}$$

$$L_1(T,r(T),V_1(T)) := L_2(T,r(T),V_1(T)-Q\cdot I_A) \tag{15}$$

T 時点におけるストック・オプションのペイオフは、

$$C(T,r(T),V_1(T)) := \max\left(S_2(T,r(T),V_1(T)-Q)-M,0\right) \tag{16}$$

である。なお、$C:[0,T]\times[0,\infty)\times[0,\infty)\to[0,\infty)$ であり、C は定義域において 2 階偏微分可能と仮定する。

3.2 議論の流れ

上記の仮定のもとで、標準的ノーアービトラージュの議論により、各派生証券価格式が満たすべき偏微分方程式を導く。そして、Feynman-Kac の定理を用いて、その偏微分方程式を各派生証券のペイオフを境界条件として解くことで、各派生証券の価格式を得る。第 2 章及び第 3 章も同じ議論の流れである。

4 比較

第 5 章では、第 2 章、第 3 章及び第 4 章の結果を用いて、0 時点における、同一企業にとっての 3 つの選択 (自己株式方式のストック・オプションを導入する、新株引受権方式のストック・オプションを導入する、Phantom Stock 方式のストック・オプションを導入する) を以下の点において比較した。

金利の変動過程を (1) とし、選択 1,2,3 における企業価値の変動過程を、それぞれ (6)、(8)、(4) とする場合 (5.2 比較) は、

① ストック・オプションの権利行使の起こりやすさ

② ストック・オプション価格

③ ゼロクーポン債価格

④ コーポレートガバナンスにおけるストック・オプション導入の効果

という点で、0 時点における企業の 3 つの選択を比較をし、以下のことを示した。

新株引受権方式と Phantom Stock 方式の比較では、Phantom Stock 方式の方がストック・オプションの権利行使は起こり易く、かつ、ストック・オプション価格も大きい。しかし、ゼロクーポン債価格は新株引受権方式の方が大きい。

コーポレートガバナンスにおけるストック・オプション導入の効果を考えると、自己株式方式と Phantom Stock 方式では、株主の利益とストック・オプション保有者の利益が企業価値の増加という方向で一致している。

「5.3 数値例を用いた比較」では、金利の変動過程を定数とし、企業価値の変動過程を対数正規過程とし、ある特定の数値例を用いて、

① ストック・オプションのコスト

② 0 時点における資本構成の選択とストック・オプション保有者の incentive

③ 株主の視点からの対応方式の選択

④ 持株制度とストック・オプションの比較

という点で考察を行なった。そして、以下の結果等を得た。

- ストック・オプションを発行しない場合に比べて、ストック・オプションを発行し、権利行使価格とストック・オプションの発行枚数を調整することで、0 時点の資本構成の選択の範囲が広がる。しかし、調整のレベルによっては「ストック・オプション保有者に業績拡大への incentive を与える」というストック・オプション導入の目的を十分に果たせない場合も考えられる。

- 投資収益率の分布の平均を株主の選択の規準とするならば、0 時点の株主にとって合理的な選択の順序は、好ましい方から、Phantom Stock 方式、新株引受権方式、自己株式方式である。

- ストック・オプション保有者の業績拡大への incentive の大きさの尺度としてストック・オプションの権利行使時点のペイオフの期待値を用いて、持株制度とストック・オプションを比較すると、どの方式においてもストック・オプションの方が持株制度よりも大きい incentive を与える。

ただし、これらは特定の数値例を用いた結果であり、この論文で仮定している範囲において一般的に通用するものではない。

なお、企業が直面している状況とそれに適したストック・オプションの選択 (ストック・オプションの権利行使への対応方式の選択、ストック・オプションの権利行使価格のレベルの選択、ストック・オプションの発行枚数の選択) という問題までは議論していないので、これは今後の課題としたい。